ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 SEPTEMBRE 1911.

PRÉSIDENCE DE M. ARMAND GAUTIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président**, aussitôt après la lecture du procès-verbal, à propos de la catastrophe de *La Liberté* dont on vient de recevoir la nouvelle, s'exprime ainsi :

« L'Académie des Sciences ne peut laisser passer la terrible nouvelle de la catastrophe qui nous enlève le cuirassé *La Liberté* sans exprimer publiquement toute la part qu'elle prend à ce deuil national. Je pense, Messieurs, que vous voudrez bien, avec votre Président, envoyer un salut bien attristé aux malheureuses familles des victimes. »

M. **Bassot** fait hommage à l'Académie du 14e Volume des *Annales de l'Observatoire de Nice* et s'exprime ainsi :

« L'Observatoire de Nice, lors de sa fondation, s'était donné comme premier programme : au méridien, d'observer d'abord les étoiles de repère, utilisées pour les observations équatoriales, puis de reviser le Catalogue d'étoiles doubles de Dorpat, publié par Struve.

» Ce travail a été poursuivi pendant 14 années, de 1887 à 1900, au grand cercle méridien de Brunner, dont l'objectif a $0^m,20$ d'ouverture.

» Les observations des douze premières années ont déjà été publiées dans les Tomes précédents.

» Le Tome XIV présente d'abord les observations des deux dernières années, 1899 et 1900; il donne ensuite le résumé général de l'ensemble des

observations sous forme de Tableaux qui fournissent, pour chaque étoile observée pendant la période des 14 années, les positions moyennes de chaque observation ramenées à 1900,0 et leurs moyennes; puis, pour les étoiles fondamentales, les corrections trouvées aux éphémérides de la *Connaissance des Temps*.

» Avec l'ensemble de ces matériaux, l'Observatoire de Nice a cru pouvoir former un Catalogue nouveau, comprenant les 4214 étoiles observées à Nice, qui figure dans le Tome XIV.

» L'établissement de ce Catalogue réclamait une discussion approfondie des conditions dans lesquelles les observations ont été faites, de la précision qu'elles comportent et du degré de confiance qu'elles peuvent inspirer à l'Astronomie de précision. Cette discussion est présentée dans un Mémoire, qui a été rédigé avec sagacité par M. Simonin, sous-directeur de l'Observatoire de Nice, récemment nommé astronome titulaire de l'Observatoire de Paris.

» C'est à M. Simonin que revient d'ailleurs le mérite d'avoir dirigé l'ensemble des travaux de réduction concernant ce Catalogue : il est juste d'ajouter qu'il a été très intelligemment secondé par MM. Prim, Giacobini et Colomas, sans oublier l'infortuné Charlois, ses collaborateurs de l'Observatoire de Nice. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions Θ de degrés supérieurs.* Note [1] de M. **Paul Appell.**

Les fonctions Θ ordinaires sont des séries d'exponentielles dont l'exposant est du *second degré* par rapport au rang du terme; c'est cette circonstance qui établit un rapport étroit entre la théorie de ces fonctions et la théorie arithmétique des formes quadratiques.

Il semble dès lors qu'il y ait intérêt, tant au point de vue fonctionnel qu'au point de vue arithmétique, à étudier des séries d'exponentielle dans lesquelles l'exposant soit une forme *d'un degré pair quelconque* $2k$ du rang du terme; j'appellerai, pour abréger, ces fonctions *des fonctions Θ de degré* $2k$. Je me bornerai ici aux fonctions de degré 4 et aux séries à simple entrée.

Soit p un entier variable positif ou négatif; considérons un polynome du

[1] Présentée dans la séance du 18 septembre 1911.

quatrième degré en p, de la forme

$$\varphi(p) = \alpha\frac{p(p-1)(p-2)(p-3)}{24} + \beta\frac{p(p-1)(p-2)}{6} + \gamma\frac{p(p-1)}{2} + \delta p,$$

où α, β, γ, δ sont des entiers déterminés, choisis arbitrairement, le premier α étant assujetti à être *positif*. Ce polynome prend des valeurs entières pour toutes les valeurs positives ou négatives de l'entier p. Prenons les différences successives du polynome $\varphi(p)$:

$$\varphi_1(p) = \varphi(p+1) - \varphi(p) = \alpha\frac{p(p-1)(p-2)}{6} + \beta\frac{p(p-1)}{2} + \gamma p + \delta;$$

$$\varphi_2(p) = \varphi_1(p+1) - \varphi_1(p) = \alpha\frac{p(p-1)}{2} + \beta p + \gamma;$$

$$\varphi_3(p) = \varphi_2(p+1) - \varphi_2(p) = \alpha p + \beta.$$

Considérons enfin la série [1]

$$(1) \qquad \Theta\begin{pmatrix} a & x & y & z \\ \alpha & \beta & \gamma & \delta \end{pmatrix} = \sum_{p=-\infty}^{p=+\infty} e^{a\varphi(p)+x\varphi_1(p)+y\varphi_2(p)+z\varphi_3(p)},$$

où x, y, z sont des variables complexes indépendantes, a désignant une *constante* dont la partie réelle est *négative*. A cause de cette dernière condition, la série est convergente quels que soient x, y, z : elle définit une fonction entière de x, y, z, dépendant des quatre entiers α, β, γ, δ. On peut toujours ramener l'entier β à être égal à l'un des nombres

$$(2) \qquad 0, \quad 1, \quad 2, \quad \ldots, \quad \alpha - 1;$$

en effet p prenant toutes les valeurs de $-\infty$ à $+\infty$, on ne change pas la somme de la série, en remplaçant, dans l'exposant, p par $p+\lambda$, λ étant un entier arbitrairement choisi ; cette substitution transforme le polynome $\varphi(p)$ en un autre $\varphi(p+\lambda)$ de même forme à un terme constant près, avec le même coefficient α, les coefficients suivants prenant d'autres valeurs β', γ', δ', où

$$\beta' = \beta + \lambda\alpha;$$

on peut alors choisir λ de façon à rendre β' égal au reste de la division de β par α.

---

[1] La série spéciale que j'ai étudiée en 1891 (*Annales de la Faculté de Marseille* et *Bulletin de la Société mathématique*) est un cas très particulier de la série (1). Inversement, on pourrait ramener la série (1) à cette série spéciale.

L'entier positif α peut être appelé *l'ordre* de la fonction Θ; cet entier étant donné, β peut avoir l'une des valeurs (2), γ et δ sont arbitraires. Il y a donc une infinité de fonctions Θ du quatrième degré, d'un ordre donné α. Toutes ces fonctions Θ des trois variables x, y, z vérifient les quatre relations suivantes:

$$(3)\quad \begin{cases} \Theta(x+2\pi i, y, z) = \Theta(x, y, z), \\ \Theta(x, y+2\pi i, z) = \Theta(x, y, z), \\ \Theta(x, y, z+2\pi i) = \Theta(x, y, z), \\ \Theta(x+a, y+x, z+y) = e^{-\alpha z}\Theta(x, y, z). \end{cases}$$

La dernière relation s'obtient immédiatement en changeant, dans la série, p en $p+1$, et remarquant que

$$\begin{aligned} \varphi\,(p+1) &= \varphi\,(p)+\varphi_1(p), \\ \varphi_1(p+1) &= \varphi_1(p)+\varphi_2(p), \\ \varphi_2(p+1) &= \varphi_2(p)+\varphi_3(p), \\ \varphi_3(p+1) &= \varphi_3(p)+\alpha. \end{aligned}$$

Réciproquement, *toute fonction entière* de x, y, z vérifiant les relations (3) est une fonction linéaire à coefficients constants des fonctions $\Theta\begin{pmatrix} a, x, y, z \\ \alpha, \beta, \gamma, \delta \end{pmatrix}$, du quatrième degré, d'ordre α. C'est ce qu'on montre par la méthode des coefficients indéterminés. J'appellerai ces fonctions entières, vérifiant les relations (3), des fonctions Θ du quatrième degré α.

La fonction

$$G(x, y, z) = \prod_{i=1}^{i=k} \Theta(x, y, z, z-c_i)$$

est une fonction Θ du quatrième degré d'ordre $k\alpha$, où z est remplacé par $z-c$.

La fonction

$$F(x, y, z) = \prod_{i=1}^{i=k} \frac{\Theta(x, y, z-c_i)}{\Theta(x, y, z-g_i)},$$

où

$$\Sigma c_i = \Sigma g_i + \frac{2n\pi i}{\alpha},$$

admet la période $2\pi i$, par rapport à chacune des variables x, y, z et vérifie la relation

$$F(x+a, y+x, z+y) = F(x, y, z);$$

les dérivées partielles de F par rapport à z vérifient les mêmes relations. Il en est de même de la fonction

$$F(x, y, z) = \sum_{i=1}^{i=k} A_i \frac{d \operatorname{Log} \Theta(x, y, z - g_i)}{dz}$$

où

$$\Sigma A_i = 0.$$

Enfin le produit des fonctions précédentes F et de leurs dérivées partielles par rapport à z, par une puissance convenable d'un produit de la forme

$$\prod_{i=1}^{i=k} \Theta(x, y, z - g_i),$$

est une fonction Θ dont l'ordre est un multiple de $k\alpha$, où z est remplacé par $z - g$.

L'étude de ces relations devra être faite en détail ; je ne puis l'aborder ici.

M. **P. Duhem**, faisant hommage à l'Académie du second et dernier Tome de son *Traité d'Énergétique ou de Thermodynamique générale*, adresse la lettre suivante :

De même que le Tome I avait pour principal objet l'établissement des lois de la Statique générale, c'est à l'énoncé et à l'emploi des lois de la Dynamique générale que tend le Tome II. Ces lois se tirent des lois de la Statique par une extension du principe de d'Alembert :

L'ensemble du travail virtuel d'inertie et du travail virtuel de viscosité tient, en ce principe généralisé, la place que le principe de d'Alembert, pris sous sa forme stricte, réserve au seul travail virtuel d'inertie.

Les lois de la Dynamique générale une fois posées, il est possible de discuter un grand nombre de questions; parmi celles qui ont surtout retenu notre attention, il en est de deux sortes: les unes ont trait à la célèbre inégalité de Clausius; les autres, à la stabilité de l'équilibre.

L'examen des circonstances où il est permis d'énoncer les inégalités de Clausius exige qu'on ait défini exactement la quantité de chaleur dégagée par chacune des parties du système qu'on étudie.

Lorsque ces parties sont indépendantes les unes des autres, la définition de la quantité de chaleur dégagée par chacune d'elles ne prête pas à contes-

tation. Il n'en est pas de même lorsque ces parties sont contiguës et glissent avec viscosité les unes sur les autres ; deux définitions, très distinctes l'une de l'autre, ont pu, dans ce cas, être proposées : l'une, autrefois, par nous-même; l'autre, plus récemment, par M. É. Jouguet. Chacune de ces deux définitions a ses avantages et ses inconvénients; aussi nous sommes-nous bien gardé de choisir entres elles; nous les avons exposées toutes deux et suivies jusqu'en leurs dernières conséquences. Par bonheur, lorsqu'il s'agit de systèmes continus, ce qui est le cas le plus intéressant pour la Physique mathématique, ces conséquences deviennent presque toujours identiques.

Lagrange et Lejeune-Dirichlet ont fait connaître des circonstances où la stabilité d'un état d'équilibre est assurée; le théorème qu'ils ont établi souffre, en Énergétique, de larges extensions; ces extensions, toutefois, ne sont possibles que dans les divers cas où le système admet une énergie utilisable; aussi nous sommes-nous attaché à la détermination précise de ces cas; parmi ces cas, il en est un qui a surtout retenu notre attention : c'est celui qui a été découvert par M. Gouy et étudié par divers auteurs, en particulier par M. É. Jouguet.

L'extension de la démonstration de Lagrange et de Lejeune-Dirichlet présente, d'ailleurs, des difficultés de diverses sortes.

Les unes ont l'origine suivante : certains systèmes n'admettent d'énergie utilisable qu'en vertu de certaines relations supplémentaires, et la perturbation initiale peut ne pas respecter ces relations. Les autres difficultés sont dues à ce fait qu'un nombre limité de variables ne suffit pas à définir un état du système étudié. Nous nous sommes attaché à montrer de quelle manière et jusqu'à quel point ces difficultés pouvaient être surmontées.

Nous avons exposé, en y ajoutant quelques compléments, les travaux de M. Liapounoff et de M. Hadamard sur les conditions qui sont nécessaires pour la stabilité de l'équilibre; les recherches de M. Routh sur la théorie des petits mouvements; celles de W. Thomson et Tait, de M. Poincaré, de M. Liapounoff sur la stabilité de l'équilibre relatif; cet exposé termine notre Ouvrage.

NOMINATIONS.

M. E. Tisserand est désigné pour représenter l'Académie à l'inauguration du monument élevé au Colonel *Laussedat*, à Moulins.

CORRESPONDANCE.

Le **Comité exécutif du VIIIe Congrès international de Chimie appliquée**, qui doit se tenir à Washington et à New-York en septembre 1912, invite l'Académie à s'y faire représenter et à participer à ses travaux.

M. **Lewis Boss** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le fascicule VII (Tome I) de la *Flore générale de l'Indo-Chine*, publiée sous la direction de M. H. Lecomte. (Présenté par M. L. Mangin.)

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Découverte d'une comète à l'observatoire Flammarion de Juvisy*. Note de MM. **F. Quénisset** et **F. Baldet**, présentée par M. H. Deslandres.

En observant à la jumelle, le 23 septembre 1911, à 8^h25^m (heure légale), la constellation de la Petite Ourse, l'un de nous, F. Quénisset, a découvert une nébulosité diffuse, sensiblement ronde, présentant un noyau central. Nous avons aisément reconnu qu'il s'agissait d'une comète.

Avec la lunette de $0^m,24$, cette comète se présentait sous la forme d'une nébulosité diffuse, légèrement ovale, de 4′ environ de diamètre, avec un noyau bien visible au centre. Son éclat a été estimé à $7^g,5$. Elle se déplaçait vers le Sud-Ouest.

Nous avons photographié l'aspect de la comète avec plusieurs appareils et son spectre avec un prisme-objectif, de 10^h16^m à 10^h50^m, soit pendant 34 minutes, l'arrivée des nuages nous ayant obligés à mettre fin à nos observations. Malgré la courte durée de l'exposition, les clichés ont donné les images de la comète. Sur les clichés d'aspect la tête est ronde avec des traces de queue. Le spectre montre deux condensations correspondant à la bande

bleue du spectre de Swan et à la bande caractéristique du cyanogène ($\lambda = 388$).

Le lendemain 24 septembre nous avons pu continuer l'étude de cette comète. Son éclat avait sensiblement augmenté et on la soupçonnait à l'œil nu. On en a pris des photographies d'aspect et de spectre de $8^h 28^m$ à $10^h 37^m$. Sur les photographies d'aspect, la queue est nettement visible sur une longueur de 1° dans l'angle de position : 322°. Le spectre est plus intense et plus complet que celui de la veille et montre en outre un spectre continu.

Nous avons déterminé sur les clichés la position de la comète par rapport aux étoiles voisines. En prenant dans l'atlas d'Argelander les positions des étoiles de comparaison, nous avons trouvé pour les coordonnées apparentes de la comète rapportées à l'équinoxe 1855 :

Dates. 1911.	Temps moyen légal.	Æ.	Ⓓ.	Grandeur.
Sept. 23.........	$10^h 16^m$	$14^h 24^m 40^s$	$75° 19', 1$	7,5
» 24.........	$8^h 28^m$	$14^h 34^m 44^s$	$73° 26', 8$	6,5

On en conclut pour le moyen mouvement diurne en Æ $= + 9^m 38^s$ et en Ⓓ $= - 1° 48'$.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces* R *et les surfaces* Ω. Note de M. A. Demoulin.

1. Envisageons une congruence quelconque engendrée par une droite d. Soient A et B les points focaux de cette droite et d_1, d_{-1} les tangentes des surfaces (A), (B) [1] conjuguées à d.

Soumettons cette figure à la transformation de Lie qui change les droites en sphères. A la droite d correspondra une sphère Σ de centre O ; nous désignerons par M et N ses points caractéristiques, M correspondant à A et N à B. A la droite d_1 correspondra une sphère Σ_1 de centre O_1 tangente en M à la surface (M) et à la droite d_{-1} correspondra une sphère Σ_{-1} de centre O_{-1} tangente en N à la surface (N).

Soit t une droite variable tangente en A la surface (A) ; la sphère U qui lui correspond dans la transformation de Lie est tangente en M à la surface (M). Le faisceau engendré par la droite t est projectif à la ponctuelle dé-

(1) Nous désignons, en général, par (P) la surface décrite par un point P et par (a) la congruence engendrée par une droite a.

crite par le centre de U. Or, aux tangentes asymptotiques de (A) et aux tangentes conjuguées d, d_1 correspondent les sphères principales de (M) et les sphères Σ, Σ_1. Par suite, les points O, O_1 sont conjugués harmoniques par rapport aux centres de courbure principaux de (M).

On démontrera de la même manière que les points O, O_{-1} sont conjugués harmoniques par rapport aux centres de courbure principaux de (N).

2. Si la congruence (d) appartient au complexe linéaire L qui définit la transformation de Lie, la sphère Σ se réduit à un point et les points O, M, N coïncident; par suite, les sphères Σ_1, Σ_{-1} coïncident avec la sphère harmonique H de la surface (M) et les droites d_1, d_{-1} sont conjuguées par rapport à L. En outre, si l'on désigne par C et D les seconds foyers de ces droites, les surfaces (C) et (D) qui correspondent à la seconde nappe de l'enveloppe de la sphère H sont polaires réciproques par rapport à L. Dès lors, la droite CD admet C, D comme points focaux et les tangentes d_2, d_{-2} des surfaces (C), (D), conjuguées aux droites d_1, d_{-1}, sont conjuguées par rapport à L.

3. Si la congruence (d) est W, les lignes de courbure des surfaces (M), (N) se correspondent et les normalies développables de ces surfaces découpent sur la surface (O) un réseau conjugué C. Si de plus la congruence (d_1) est W, les normalies développables de la surface (M) découpent sur la surface (O_1) un réseau conjugué C_1. Les points O et O_1 étant conjugués harmoniques par rapport aux centres de courbure principaux de (M), il résulte d'un théorème de M. Kœnigs [1] que les réseaux C et C_1 sont à invariants égaux. Une partie de ce résultat peut être énoncée comme il suit : les normalies développables de (N) découpent sur (O) un réseau conjugué à invariants égaux. Si l'on y joint la remarque que les points O, O_{-1} sont conjugués harmoniques par rapport aux centres de courbure principaux de (N), l'application du théorème de M. Kœnigs, invoqué plus haut, montre que les normalies développables de (N) découpent sur (O_{-1}) un réseau conjugué à invariants égaux. Dès lors, sur les deux nappes de l'enveloppe de la sphère (Σ_{-1}), les lignes de courbure se correspondent et la congruence (d_{-1}) est W. Par conséquent :

Si une congruence (d) *est* W *et si une de ses transformées de Laplace* (d_1), (d_{-1}) *est* W, *toutes ses transformées de Laplace seront* W.

---

[1] *Comptes rendus*, t. **113**, 1891, p. 1022.

Nous avons énoncé ce théorème en 1909 (¹), M. Tzitzéica l'a retrouvé récemment (²). Nous l'avions établi par les considérations qui précèdent et aussi par l'application des méthodes de la Géométrie projective intrinsèque que nous avons exposées dans notre Note du 22 février 1909.

Indiquons enfin une troisième démonstration de ce théorème. Conservant toutes les notations du n° 1, supposons que la congruence (d) soit W et désignons par u, v les paramètres des lignes asymptotiques des surfaces (A) et (B). Reportons-nous maintenant à notre Note du 3 janvier 1910 et prenons Σ pour sphère S_3. Pour que la congruence (d_1) soit W, il faut et il suffit que, sur la surface (O_1), le réseau (u, v) soit conjugué. Si l'on exprime analytiquement cette condition, on trouve

$$(\alpha) \qquad \frac{q}{p_1} = \frac{U}{V},$$

U désignant une fonction de u et V une fonction de v, et l'on déduit immédiatement de là que la congruence (d_{-1}) est aussi W (³). C. Q. F. D.

(¹) *Bulletin de la Classe des Sciences de l'Académie royale de Belgique*, décembre 1909. — Pour que les complexes linéaires osculateurs des congruences (d_1), (d_{-1}) soient conjugués par rapport au complexe linéaire osculateur de la congruence (d), il faut et il suffit que la congruence (d) appartienne à un complexe linéaire.

(²) *Comptes rendus*, séance du 24 avril 1911. — Faisons observer toutefois que le raisonnement de M. Tzitzéica prouve seulement qu'à toute équation de Laplace à invariants égaux admettant six solutions liées par une relation quadratique à coefficients constants correspond une congruence W dont toutes les transformées de Laplace sont W. Pour démontrer notre théorème par des considérations relatives à l'espace à cinq dimensions, il suffit d'utiliser complètement le théorème de M. Kœnigs.

(³) Comme l'angle $d\varphi$ de deux sphères S_3 infiniment voisines est donné par la formule $d\varphi^2 = q^2\,du^2 + p_1^2\,dv^2$, les développables des congruences (d), (d_1), (d_{-1}) ont pour équation différentielle $q^2\,du^2 + p_1^2\,dv^2 = 0$ ou, en tenant compte de la relation (α), $U^2\,du^2 + V^2\,dv^2 = 0$. De là résulte un théorème énoncé par M. Tzitzéica : *Si les tangentes d'un réseau conjugué engendrent des congruences* W, *ce réseau est isothermo-conjugué.* Signalons la réciproque qui se déduit de la même analyse : *Si une des tangentes d'un réseau isothermo-conjugué engendre une congruence* W, *l'autre tangente engendre aussi une congruence* W.

Par un choix convenable du paramètre u, v, l'équation (α) se réduit à $q = p_1$. En remplaçant p_1 par q dans les équations (A) de notre Note du 3 janvier 1910, on obtient un système du sept équations à sept inconnues dont l'intégration donnerait les congruences W dont toutes les transformées de Laplace sont W.

4. Nous appellerons avec M. Tzitzéica *réseau* R un réseau conjugué dont les tangentes engendrent des congruences W. Nous appellerons en outre *surface* R toute surface qui possède au moins un réseau R, et *congruence* R la congruence engendrée par une des tangentes d'un réseau R.

Envisageons le réseau R dont les tangentes sont d, d_1. On a vu que la transformation de Lie fait correspondre à la surface (A) sur laquelle est tracé ce réseau une surface, la surface (M), dont les normalies développables découpent sur une surface convenablement choisie un réseau conjugué à invariants égaux. Il est clair que la réciproque est vraie : *Supposons que les normalies développables d'une surface* (M) *découpent sur une surface* (O) *un réseau conjugué à invariants égaux* (nous appellerons *surface* Ω toute surface jouissant de cette propriété) *et envisageons les sphères* Σ, Σ_1 *tangentes à la surface* (M) *et admettant pour centre le point* O *et le conjugué harmonique* O_1 *du point* O *par rapport aux centres de courbure principaux de la surface* (M). *La transformation de Lie fait correspondre aux sphères considérées deux droites* d, d_1 *qui sont les tangentes d'un réseau* R.

L'ensemble des surfaces Ω reste inaltéré lorsqu'on le soumet à une dilatation ou à une inversion.

Parmi les surfaces Ω nous citerons :

1° *Les surfaces à représentation sphérique isothermique.* — Pour ces surfaces les sphères Σ, Σ_1 sont la sphère moyenne et le plan tangent. Or la transformation de Lie fait correspondre aux plans considérés comme sphères de rayon infini des droites s'appuyant sur une droite fixe (laquelle appartient au complexe L). Par suite, la droite d_1 qui correspond à Σ_1 s'appuie sur cette droite et dès lors *aux surfaces à représentation sphérique isothermique correspondent les réseaux* R *dont une des tangentes s'appuie sur une droite fixe.*

2° *Les surfaces isothermiques.* — Dans ce cas, la sphère Σ se réduit au point M et la sphère Σ_1 est la sphère harmonique de la surface (M). Par suite, la droite d engendre une congruence appartenant au complexe L. Donc *aux surfaces isothermiques correspondent les réseaux* R *dont une des tangentes appartient à un complexe linéaire non spécial.*

ÉLECTRICITÉ. — *Influence de l'amortissement des ondes dans l'emploi des cadres d'orientation en radiotélégraphie.* Note [1] de M. A. **Blondel**, transmise par M. H. Poincaré.

En négligeant d'abord la période troublée d'établissement des oscillations

[1] Note reçue dans la séance du 4 septembre 1911.

électriques du poste émetteur, on peut raisonner sur des ondes simplement amorties, de fréquence constante. On posera, pour simplifier : $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $\delta = \frac{\Delta}{T}$ (en appelant Δ le décrément logarithmique) [1], $\pm t'$ la différence de phase en temps entre chaque antenne supposée verticale et l'axe vertical du cadre ; $2\pi\xi$ l'angle de phase correspondant $\left(\xi = \frac{t'}{T} = \frac{x \sin\theta}{\lambda}\right)$; j le symbole des imaginaires $(j = \sqrt{-1})$; les autres notations sont les mêmes que dans ma Note précédente [2]. L'expression de la force électromotrice e_0 induite dans une antenne simple, supposée placée suivant l'axe vertical médian du cadre, serait de la forme

$$e_0 = \mathcal{E}\, e^{(-\delta + j\omega)t}. \tag{1}$$

L'antenne 2, la plus rapprochée du poste d'émission, recevant les ondes avec une avance de phases $-t'$, et l'antenne 1, la plus éloignée, les recevant avec un retard $+t'$, les forces électromotrices e_1 et e_2 induites respectivement dans ces antennes auront pour expressions

$$e_1 = e_0\, e^{+(\delta + j\omega)t'} = e_0\, e^{+(\Delta + 2\pi j)\xi},$$
$$e_2 = e_0\, e^{-(\delta + j\omega)t'} = e_0\, e^{-(\Delta + 2\pi j)\xi}.$$

Par soustraction et sommation, respectivement, on en déduit

(2) (cadres D) : $e_1 - e_2 = 2e_0 \operatorname{sh}(\Delta + 2\pi j)\xi = 2e_0(\operatorname{sh}\Delta\xi \cos 2\pi\xi + j \operatorname{ch}\Delta\xi \sin 2\pi\xi)$,

(3) (cadres S) : $e_1 + e_2 = 2e_0 \operatorname{ch}(\Delta + 2\pi j)\xi = 2e_0(\operatorname{ch}\Delta\xi \cos 2\pi\xi + j \operatorname{sh}\Delta\xi \sin 2\pi\xi)$.

La partie réelle indique la composante en phase avec la force électromotrice e_0 de l'antenne fictive, et la partie imaginaire la composante décalée

---

(1) L'amortissement peut être, comme on le sait, très faible (0,05 à 0,01) dans les transmissions à grandes longueurs d'onde, grâce à l'emploi d'antennes-parapluies ou d'antennes à faible rayonnement ; il est au contraire forcément très important (0,2 à 0,5) avec les antennes simples à fort rayonnement, excitées directement ou indirectement ; ces dernières sont nécessaires dans le cas d'ondes courtes pour donner une portée suffisante.

(2) L'amortissement des circuits de réception et leur accouplement influent directement sur l'intensité du courant qui traverse le détecteur (voir notamment : M. Wien, *Ann. Phys.*, t. VIII, 1902, p. 696, et Drude, *Ann. Phys.*, t. XIII, 1904, p. 528). La fonction F inconnue par laquelle j'ai précédemment représenté l'effet du détecteur, en fonction de la force électromotrice induite dans le cadre, dans le cas d'ondes entretenues, serait donc ici notablement plus compliquée si l'on devait l'expliciter.

de $\frac{\pi}{2}$. Les vecteurs résultants ont pour amplitudes, respectivement

(cadres D) : $$G_D = 2e_0\sqrt{(\operatorname{sh}\Delta\xi \cos\pi\xi)^2 + (\operatorname{ch}\Delta\xi \sin 2\pi\xi)^2},$$

(cadres S) : $$G_S = 2e_0\sqrt{(\operatorname{ch}\Delta\xi \cos\pi\xi)^2 + (\operatorname{sh}\Delta\xi \sin 2\pi\xi)^2}$$

et les angles de phases correspondants sont respectivement

$$\operatorname{tang}\gamma_D = \frac{\operatorname{tang} 2\pi\xi}{\operatorname{th}\Delta\xi}, \qquad \operatorname{tang}\gamma_S = \operatorname{tang} 2\pi\xi \operatorname{th}\Delta\xi.$$

Les fonctions goniométriques vectorielles, obtenues en divisant (2) et (3) par $2e_0$, permettent de traiter facilement, par les mêmes méthodes que dans ma précédente Note, le problème du système connu de deux cadres rectangulaires semblables et de même type ([1]).

Considérons par exemple la méthode de comparaison *par compensation* ([2]). En exprimant que l'effet résultant des deux cadres sur cet organe est juste perceptible au téléphone, pour deux couples différents de valeurs de coefficients d'induction M et N, on obtient les deux équations :

(4) $$\operatorname{mod}\left[M \operatorname{gon}\theta - N \operatorname{gon}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right] = H\left(\frac{\varepsilon}{e_0}\right),$$

(5) $$\operatorname{mod}\left[M' \operatorname{gon} - N' \operatorname{gon}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right] = H\left(\frac{\varepsilon}{e_0}\right),$$

en appelant H la fonction inverse de F.

Par soustraction, on élimine $H\left(\frac{\varepsilon}{e_0}\right)$ et l'on obtient l'équation

(6) $$\operatorname{mod}\left|M \operatorname{gon}\theta - N \operatorname{gon}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right| = \operatorname{mod}\left|M' \operatorname{gon}\theta - N' \operatorname{gon}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right|.$$

([1]) Dans le cas plus général où les antennes sont obliques, il faut, comme on l'a vu précédemment, intégrer les composantes des forces électromotrices en chaque point, d'après la connaissance qu'on a de l'équation du cadre : $x = f(z)$, en supposant, pour simplifier, que ce cadre est symétrique par rapport à l'axe médian vertical. D'où

(cadres D) : $$\operatorname{gon}\theta = \int_{z_0}^{z_1} \operatorname{sh}\Delta\xi \cos 2\pi\xi \, dz + j\int_{z_0}^{z_1} \operatorname{ch}\Delta\xi \sin 2\pi\xi \, dz,$$

(cadres S) : $$\operatorname{gon}\theta = \int_{z_0}^{z_1} \operatorname{ch}\Delta\xi \cos 2\pi\xi \, dz + j\int_{z_0}^{z_1} \operatorname{sh}\Delta\xi \sin 2\pi\xi \, dz,$$

avec

$$\xi = \frac{f(z)\sin\theta}{\lambda}.$$

Le calcul est donc fort laborieux.

La différence des phases entre les vecteurs $\text{gon}\,\theta$ et $\text{gon}\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ sera $\gamma-\gamma'$, en appelant γ et γ' les valeurs de l'angle γ correspondantes à θ et à $\frac{\pi}{2}-\theta$. Supposons d'abord qu'on fasse, dans les deux mesures, M constant et maximum (pour le plus petit *gon*) : le vecteur $M\,\text{gon}\,\theta$ étant fixe, si l'on décrit par une de ses extrémités une ligne formant un angle $\gamma-\gamma'$ et par l'autre extrémité comme centre un cercle de rayon $H\left(\frac{\varepsilon}{e_0}\right)$, ce cercle sera coupé généralement par la droite en deux points [1] qui détermineront les deux valeurs de l'autre vecteur $N\,\text{gon}\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)$. L'équation (6) conduit alors à

$$(7) \qquad \frac{\text{gon}\,\theta\cos(\gamma-\gamma')}{\text{gon}\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}=\frac{N+N'}{2M}.$$

Une Table préalablement dressée des valeurs du premier membre en fonction de θ permettra de connaître θ dès qu'on aura lu sur les transformateurs étalonnés les valeurs M, N, N'.

La séparation des variables est plus difficile à réaliser si l'on prend M et N variables tous les deux. Cependant, dans le cas particulier du radiogoniomètre, où l'on a $M=\cos\psi$, $N=\sin\psi$, l'équation (6) se développe sous la forme

$$(8) \qquad \begin{aligned} &G^2(\cos^2\psi-\cos^2\psi')+G'^2(\sin^2\psi-\sin^2\psi')\\ &\quad-2GG'(\sin\psi\cos\psi-\sin\psi'\cos\psi')\cos(\gamma-\gamma')=0\end{aligned}$$

(en appelant G et G' les valeurs de G pour θ et pour $\frac{\pi}{2}-\theta$ respectivement); d'où, après des réductions,

$$(9) \qquad \frac{2GG'\cos(\gamma-\gamma')}{G^2-G'^2}=\text{tang}(\psi+\psi').$$

Le premier membre, étant fonction de θ seulement, peut être réduit en table ou en courbe en fonction de θ, quoique plus laborieusement que dans le cas précédent.

Tout ce qui précède peut être appliqué aussi bien à l'un des types de cadres qu'à l'autre, pourvu qu'on n'en emploie qu'une seule espèce dans chaque cas.

Dans ce cas de la méthode de comparaison, par mesures alternées, que

---

[1] A très petite distance du poste émetteur, e_0 croît beaucoup et $\left(\frac{\varepsilon}{e_0}\right)$ peut être assez petit pour que la droite passe hors du cercle. Alors on constatera un minimum de son et non plus deux annulations.

j'ai décrite antérieurement, on aurait deux équations d'une autre forme

$$(10) \qquad F(M e_0 \bmod \text{gon}\,\theta) - F\left[N e_0 \bmod \text{gon}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right] = 0,$$

équations purement scalaires, car les modules des fonctions goniométriques considérées sont de simples fonctions de l'angle θ; mais e_0 n'est pas mesurable, et F, qui ne peut être déterminé qu'empiriquement pour un e_0 donné, reste difficilement connaissable. Cette méthode est ainsi moins justifiée que la première.

ARCHÉOLOGIE. — *Analyse d'une résine provenant d'un sarcophage égyptien.* Note de M. Reutter.

M. Maspero, directeur du Service des Antiquités, au Caire, ayant bien voulu me confier pour l'analyse chimique une résine classée sous le n° 605, provenant du sarcophage contenant la momie d'Hekau m Saf, commandant de la flotte royale, Saqqarah, XXXe dynastie, j'ai l'honneur de faire connaître les conclusions auxquelles je suis arrivé, non sans rappeler combien il est difficile d'arriver à des résultats positifs, le temps et la manière de pratiquer l'embaumement ayant pu produire sur ces résines de sérieuses décompositions.

Cette résine, formée de morceaux friables de couleur rouge brunâtre, un peu pointillés sur la face interne (manque de pores?) et de couleur brune noirâtre sur la face externe, pèse en tout 10^g,2. Examinée à la loupe nous nous apercevons rapidement qu'elle ne forme pas une masse homogène, mais que la résine englobe différents corps que nous examinerons les uns après les autres :

1° Des pierres dures, anguleuses, pesant 1^g,3, qui sont formées de carbonates de chaux et de sodium, de phosphates de chaux, de sulfates de magnésium, de sodium, de calcium et de baryum, de silicates d'aluminium, de chlorures de sodium et de magnésium, tout en contenant des traces de brome et de fer ;

2° Des pierres grisâtres, friables, pesant 1^g,1, formées de carbonates de chaux et de magnésie, de phosphates de chaux et de sodium, de sulfates de chaux, de silicates d'aluminium, tout en contenant des traces de chrome et de fer ;

2° *bis*. Des objets précieux et d'ornement ;

3° Des morceaux et copeaux de bois d'odeur aromatique, pesant 1g,28, qui, examinés au microscope, proviennent d'un bois appartenant aux Conifères, cyprès ou cèdre;

4° Des petits morceaux de résine jaune brunâtre, pesant 0g,48, d'odeur balsamique térébenthinée, provenant probablement de la térébenthine de Chios;

5° Des morceaux résineux anguleux, jaune brunâtre, dont nous ne pouvons préciser l'origine, vu le peu de substance que nous possédons;

6° Des morceaux résineux allongés, plastiques, d'odeur balsamique, provenant probablement de la résine de cèdre, pesant 1g,4;

7° De la résine proprement dite qui, examinée chimiquement et microscopiquement, nous donne les résultats suivants :

Elle est formée :

a. De styrax provenant du *Liquidambar orientalis*, comme le prouve la présence de l'acide cinnamique fondant à 133°, de la vanilline, de la styracine, du styrol qui, par oxydation, donne de l'acide benzoïque fondant à 121°.

b. De la résine d'Alep de *Pinus-halepensis*, comme le prouve l'essence obtenue par distillation aux vapeurs d'eau, essence d'odeur térébenthinée, et l'acide halepopinique que nous obtenons en agitant une solution éthérée de cette résine avec du carbonate d'ammoniaque. Corps fondant à 72°,5 et donnant, soumis à la combustion, les résultats suivants :

0g,222 de substance donnent 0g,6158 CO^2 et 0g,189 H^2O, correspondant à

$$C = 75,5, \qquad H = 9,44,$$

donnant la formule

$$C^{20}H^{30}O^3,$$

formule qui contient pour 100 :

$$C = 75,46, \qquad H = 9,43.$$

Cette formule correspond exactement avec celle que M. le Dr Schulz trouva pour l'acide halepopinique, sous la haute direction de mon maître, M. le Professeur Dr Tschirch, à Berne. (Voir sa *Dissertation inaugurale*, p. 14, et *Die Harze und die Harzbehälter* du Professeur Tschirch, Leipzig 1906, p. 588.)

c. De mastic de la plante *Pistacia lenticus*, comme le prouve l'acide masticolique obtenu par agitation de la solution éthérée avec du carbonate de sodium qui fond à 80°,2 et donne, soumis à la combustion, les résultats suivants :

0g,1384 de substance donnent 0g,3389 CO^2 et 0g,1151 H^2O, correspondant à

$$C = 73,3 \quad \text{et} \quad H = 9,2,$$

donnant la formule

$$C^{23}H^{36}O^4,$$

formule qui contient pour 100

$$C = 73,4 \qquad H = 9,57,$$

formule correspondant à celle que M. le Dr Reutter, analysant le mastic, sous la haute direction de M. le Professeur Tschirch, trouva (voir *Die Harze und die Harzbehälter;* Leipzig, 1906, p. 472).

d. D'essence, obtenue par distillation de la résine aux vapeurs d'eau, possédant le poids spécifique de 0,9801, l'indice de réfraction *n* (à 20°) 1,48614 et le pouvoir rotatoire — 22°,35, que nous pouvons considérer comme étant l'essence de cèdre.

e. D'asphalte.

f. De sable quartzeux et marneux.

g. De parties végétales qui, examinées au microscope, proviennent de plantes appartenant aux Conifères, cèdre ou cyprès, aux Dicotylédones, *Liquidambar orientalis*, de poivre ou cubèbe.

h. De natron, comme le prouve l'alcalinité de l'eau qui contient des carbonates, chlorures et des sulfates de sodium, et les parties minérales décelées dans cette résine qui, analysées, donnent les résultats suivants : soit de carbonates, de silicates, de phosphates, de chlorures, de nitrates, de sulfates de sodium, de calcium, d'aluminium, de magnésium, tout en recélant des traces d'arsenic, de chrome, de fer et de manganèse.

En conséquence de quoi, nous trouvons que les 40g,2 de la résine susnommée sont formés de :

	g
Pierres dures	1,3
Pierres grises	1,1
Copeaux de bois, cèdre ou cyprès	1,2
Résine de cèdre	1,4
Objets de parure	0,98
Natron, sable et parties végétales	13,85
Résines provenant du mastic, du styrax, de baume d'Alep et d'asphalte	19,68
Résines non déterminées (térébenthine de Chios?)	0,69
Total :	40,20

BOTANIQUE. — *Sur les Mousses rapportées par l'Expédition antarctique du* Pourquoi-Pas? Note de M. **Jules Cardot**, présentée par M. L. Mangin.

Les Mousses récoltées par M. Gain, le naturaliste de la seconde Expédition Charcot, constituent, aussi bien par le nombre des spécimens que par

celui des espèces, la collection bryologique la plus importante qu'on eût rapportée jusqu'ici du domaine antarctique proprement dit.

Cette collection comprend 34 espèces et enrichit de 3 genres, de 11 espèces (dont 7 nouvelles) et de 2 variétés (dont 1 nouvelle) la flore bryologique antarctique, qui, par suite de ces additions, compte actuellement 58 espèces, réparties entre 24 genres et 13 familles.

La pauvreté générale de la flore antarctique comparée à la flore arctique, pauvreté due aux conditions climatériques très défavorables au développement de toute végétation qui caractérisent les régions polaires australes, est bien mise en évidence par ce fait que, tandis que le commandant Peary n'a pas récolté moins de 57 espèces de Mousses dans trois localités seulement de la Terre de Grant, comprises entre 81° et 82° de latitude boréale, on n'en connaît guère davantage actuellement pour l'ensemble des terres situées au delà du 60e parallèle Sud. Les récoltes de M. Gain proviennent de 14 localités différentes, réparties depuis les Shetland méridionales jusqu'à la baie Marguerite, au sud de la Terre Loubet, étendant nos connaissances botaniques dans cette région de plus de deux degrés vers le Sud.

Je donne ici la liste des espèces pour chaque localité explorée. L'astérisque indique les espèces nouvelles pour l'Antarctide. Les trois genres nouveaux, pour la même région, sont : *Pottia*, *Rhacomitrium* et *Philonotis*.

1. SHETLAND MÉRIDIONALES : ÎLE DU ROI GEORGE.

Distichium capillaceum Br. eur. var. *brevifolium* Br. eur.
Bartramia pycnocolea C. Müll.
Drepanocladus uncinatus (Hedw.) Warnst.

2. SHETLAND MÉRIDIONALES : ÎLE DÉCEPTION.

Grimmia Antarctici Card.
* *Philonotis Gourdonii* Card. *sp. nova*.

3. ÎLOT GOUDIER : CHENAL DE ROOSEN.

Webera cruda Bruch var. *imbricata* Card.
Webera Racovitzae Card.
Bryum Gerlachei Card.
Pogonatum alpinum Roehl.
Drepanocladus uncinatus (Hedw.) Warnst.

4. ÎLE BOOTH-WANDEL.

Andreaea regularis C. Müll.
Andreaea depressinervis Card.
[illegible] var. [illegible] Card.
[illegible] Hedw.
Pogonatum alpinum Roehl.
Pogonatum alpinum v. *brevifolium* Brid.
Drepanocladus uncinatus (Hedw.) Warnst.

5. Ile Petermann.

Andreaea regularis C. Müll.
Andreaea regularis var. *pycnotyla* (Card.) Card.
* *Tortula heteroneura* Card. *sp. nova.*
Webera cruda Bruch var. *imbricata* Card.
Webera Racovitzae Card.
* *Bryum perangustidens* Card. *sp. nova.*
Bryum algens Card.
Polytrichum strictum Sm.
Polytrichum strictum var. *alpestre* (Hopp.) Rabenh.
Brachythecium antarcticum Card.
Brachythecium antarcticum var. *cavifolium* Card.
Drepanocladus uncinatus (Hedw.) Warnst.

6. Iles Argentines.

Webera nutans Hedw.
Polytrichum strictum Sm. var. *alpestre* (Hopp.) Rabenh.

7. Ile Berthelot.

Ceratodon purpureus Brid.
Webera Racovitzae Card.
Polytrichum strictum Sm.
Drepanocladus uncinatus (Hedw.) Warnst.

8. Terre de Graham : cap Tuxen.

* *Andreaea Gainii* Card. *sp. nova.*
Dicranum Nordenskjöldii Card.
* *Rhacomitrium substenocladum* Card. *sp. nova.*
Webera cruda Bruch var. *imbricata* Card.
Webera nutans Hedw.
Pogonatum alpinum Roehl.
Polytrichum strictum Sm.
Polytrichum strictum var. *alpestre* (Hopp.) Rabenh.
Polytrichum piliferum Hedw.
Drepanocladus uncinatus (Hedw.) Warnst.

9. Terre de Graham : cap des Trois-Perez.

* *Pottia Charcotii* Card. *sp. nova.*
Grimmia Antarctici Card.
Webera nutans Hedw.
* *Pseudoleskea calochroa* Card.
Brachythecium austroglareosum (C. Müll.) Par.

10. Terre de Graham : cap Rassmussen.

Webera nutans Hedw.
* *Bartramia patens* Brid. forma *austrogeorgica* (Par.) Card.
Polytrichum strictum Sm. var. *alpestre* (Hoppe) Rabenh.

11. Terre de Graham : mont du Tranchant.

* *Dicranoweisia subinclinata* (C. Müll.) Broth.

12. Baie Marguerite : île Jenny.

Ceratodon purpureus Brid.
Ceratodon grossiretis Card.
Ceratodon minutifolius Card. *sp. nova.*
Grimmia Antarctici Card.
Grimmia Doniana Sm.
Webera cruda Bruch.
Webera cruda var. *imbricata* Card.
Webera nutans Hedw.
* *Bryum perangustidens* Card. *sp. nova.*
Bryum imperfectum Card.
Bryum argenteum Hedw.
* *Bartramia patens* Brid. f. *austrogeorgica* (Par.) Card.
* *Bartramia oreadella* C. Müll.
* *Bartramia oreadella* var. *microphylla* Card.
Bartramia diminutiva C. Müll.
Polytrichum strictum Sm.
Polytrichum strictum var. *alpestre* (Hoppe) Rabenh.
Brachythecium austroglareosum (C. Müll.) Par.
* *Brachythecium austroglareosum* var. *diffusum* Card. *var. nova.*
Drepanocladus uncinatus (Hedw.) Warnst.

13. Baie Marguerite : île Léonie.

Webera nutans Hedw.
* *Bartramia oreadella* C. Müll.
Drepanocladus uncinatus (Hedw.) Warnst.

14. Ilot dans la baie Marguerite.

Andreaea depressinervis Card.
Webera Racovitzae Card.

En attendant la publication de descriptions complètes accompagnées de figures, voici de courtes diagnoses provisoires des espèces nouvelles :

Andreaea Gainii. A. verruculosæ Card. fuegianæ proxima, statura autem majore, foliis duplo majoribus et latioribus, acumine latiore et breviore diversa.

Ceratodon minutifolius. Planta minima, densissime cespitosa, foliis marginibus planis vel parcissime revolutis *C. antarctico* Card. affinis, sed statura multo minore, foliis triplo et quadruplo minoribus, arcte imbricatis, costa pro folii magnitudine multo validiore, cellulisque minoribus, pellucidis, parietibus crassioribus et firmioribus statim discernenda.

Pottia Charcotii. A *P. Heimii* Br. eur. operculo cadente, columellæ non adhærente, foliis brevioribus, latioribus, magis concavis, apice abrupte contractis, reteque laxiore, pellucido, lævi primo visu distincta; *P. pellucidae* Card. fuegianæ habitu, foliorum forma et reticulatione, et sporogonio simillima, sporis tamen dimidio minoribus (22^{μ}-28^{μ}), minutissime granulosis vel sublævibus, nec verrucosis, diversa.

Tortula heteroneura. T. grossireti Card. et *T. fuegianæ* Mitt. inflorescentia dioica et foliorum forma affinis, sed foliis in singula innovatione annua dimorphis, inferioribus costa ante apicem evanida, superioribus costa in filum hyalinum denticulatum excurrente præditis distinguitur.

Rhacomitrium substenocladum. A *R. stenoclado* Dus. magellanico proximo differt cellulis ubique unistratosis, superioribus valde irregularibus, plerisque transversim dilatatis, et costa validiore. (Je possède également cette espèce de la Terre de Feu.)

Bryum perangustidens. *B. imperfecto* Card. affine, a quo dentibus exostomii angustissimis, [illegible] basi latis, immarginatis, lamellis minus numerosis (c. 9), endostomii processibus longioribus, et annulo persistente, subfibroso, cellulis irregularibus, bi-vel tri-stratosis composito facile distinguitur.

Philonotis Gourdonii. Species elegans, pulchella, *Ph. circinata* Card. austrogeorgicae affinis, foliis autem minoribus magis concavis, naviculiformibus cellulisque brevioribus, superioribus saltem in pagina dorsali extremitate inferiore grosse papillosis diversa.

Brachythecium austroglareosum (C. Müll.) Par. var. *diffusum*. A forma typica caespitibus laxe diffusis, caulibus gracilioribus, irregulariter ramosis, subpinnatis, et laxius foliosis distincta.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *L'oblitération de la reproduction sexuée chez le* Chermes piceæ *Ratz*. Note de M. Paul Marchal, présentée par M. Yves Delage.

Chez le *Chermes piceæ*, on constate une oblitération de la reproduction sexuée, mais beaucoup plus complète que celle que j'ai décrite dans une Note précédente chez le *Chermes pini* ([1]).

Je rappelle que le *Chermes piceæ* vit exclusivement par parthénogenèse sur l'*Abies pectinata* de nos forêts; il est extrêmement voisin du *Chermes Nusslini* Börner qui, ainsi que je l'ai établi, outre les générations parthénogénétiques sur les *Abies*, offre une génération sexuée normale sur le *Picea orientalis*. Il existe donc entre le *Ch. piceæ* et le *Ch. Nusslini* des relations tout à fait comparables à celles qui se présentent entre le *Ch. pini* indigène et le *Ch. pini orientalis*. Seulement, tandis que ces deux derniers ne constituent que deux races biologiques et non morphologiquement distinctes, le *Ch. piceæ* et le *Ch. Nusslini* présentent, au contraire, des différences morphologiques légères, mais constantes, qui légitiment leur séparation spécifique, et les longues expériences que j'ai faites pour obtenir une transformation ou une mutation de l'une des deux formes dans l'autre ne m'ont donné que des résultats négatifs.

([1]) *Comptes rendus*, 24 juillet 1911.

Quoi qu'il en soit, le *Ch. Nusslini* peut être considéré comme la souche dont est dérivé le *Ch. piceæ*, de même que le *Ch. pini orientalis* représente la souche dont est dérivé le *Ch. pini* indigène. Nous constatons seulement que, dans le premier cas, la séparation résultant de l'évolution s'est faite d'une façon plus accentuée et a atteint la différenciation spécifique; nous la voyons s'exprimer par deux faits : 1° la présence de caractères morphologiques distincts; 2° une régression beaucoup plus avancée de la reproduction sexuée que celle qu'on rencontre chez le *Ch. pini*.

Ainsi que je l'ai démontré dans une Note précédente (¹), la reproduction sexuée, bien que disparue en fait chez le *Ch. piceæ*, n'est pas pourtant oblitérée à ce point qu'il ne subsiste dans l'histoire biologique de cette espèce un vestige du processus. On voit, en effet, d'une façon exceptionnelle, apparaître au printemps des ailés ayant les caractères extérieurs des sexupares et présentant d'ailleurs les caractères morphologiques propres au *Ch. piceæ*. En faisant une culture pure de la descendance d'un individu fixé sur une aiguille (condition exceptionnelle pour le *Ch. piceæ*), j'ai même obtenu cette année, sur un *Abies pectinata*, des ailés en assez grand nombre, circonstance qui m'a permis d'étudier leur biologie. Or j'ai pu me convaincre que ces ailés du *Ch. piceæ* n'ont aucune tendance à émigrer sur les Épicéas pour y donner une reproduction sexuée; ils sont, par contre, susceptibles, au moins pour un bon nombre d'entre eux, de se fixer sur l'*Abies pectinata*, où ils produisent non des sexués, mais des individus parthénogénétiques caractérisés à leur naissance par leurs longues soies rostrales. Ces ailés du *Chermes piceæ* sont donc des *exsules alatæ*, c'est-à-dire conformes au type qui se substitue aux sexupares, lorsque dans une espèce il y a régression de la reproduction sexuée.

Nous avons déjà rencontré des *exsules alatæ* chez le *Ch. pini*; mais, tandis que chez cette espèce ils existent côte à côte des sexupares, dans l'abondante lignée des ailés, au contraire, chez le *Ch. piceæ*, les sexupares sont entièrement disparus dans une lignée d'ailés devenue elle-même rudimentaire.

(¹) *Comptes rendus*, 10 octobre 1910.

GÉOLOGIE. — *Sur la construction des routes et ouvrages d'art en terrains calcaires.* Note de M. E.-A. MARTEL.

Dans une Note du 9 mai 1898, j'ai appelé l'attention sur les dangers de l'exploitation des masses de tuf, en raison de leur fissuration et des eaux souterraines qui circulent dans leurs crevasses. Pour les mêmes motifs, les terrains calcaires en général font aussi courir de grands risques, jusqu'à présent trop peu pris en considération, aux entreprises de construction de routes et autres ouvrages d'art. Des faits matériels, constatés avec précision, le prouvent surabondamment.

La route récemment terminée (1908) dans les belles gorges du Loup (Alpes-Maritimes), entre le viaduc du Loup, à Pataros, et le pont de Bramafan (475^{m}), a été déjà le théâtre de deux accidents, dus à la méconnaissance des particularités, qui rendent les calcaires spécialement dangereux en matière de travaux publics.

Le 20 novembre 1907, un entrepreneur, M. Paul Faraut, fut tué, avec 18 de ses ouvriers, par un éboulement (en amont du nouveau pont et sur la rive droite); il avait voulu, confiant dans l'homogénéité de la paroi calcaire, lui laisser un trop raide profil; de plus, la catastrophe étant survenue après les pluies d'automne, il est certain que les eaux, infiltrées dans les fissures aquifères de la roche, avaient dû être libérées par des explosions de mine et contribuer à l'abatage des pans de roche. D'ailleurs, tout au long de la gorge, se multiplient les Foux ou sources brusques, issues d'eaux souterraines, signalées par de puissants amas de tuf (particulièrement aux abords du Saut du Loup, 410^{m}).

Un peu à l'aval du nouveau pont et sur la rive gauche, pendant l'hiver 1910-1911, un surplomb, trop audacieusement laissé en encorbellement, s'est abattu, emportant une bonne longueur de la route du Loup, sur moitié de sa largeur avec les parapets et garde-fous.

D'autres chutes semblables ne manqueront pas de se produire, sur cette voie par trop hardie.

Dans les mêmes parages, au débouché de la vallée de la Cagne entre Vence et Saint-Jeannet, il ne se passe guère d'années sans que des tranches de calcaire jurassique se détachent des falaises à pic, et envoient sur les pentes inférieures et jusqu'au thalweg les avalanches de leurs débris. Deux de ces éboulements sont tout récents et le dernier (en 1910) a failli ensevelir une maisonnette.

En amont de Cluses (Haute-Savoie), dans la gorge de l'Arve, le village de Magland est menacé par une masse rocheuse, déjà détachée et mal retenue sur une corniche.

Parmi les dolomies de la Jonte (Lozère), trois écroulements du même genre ont eu lieu depuis 20 ans; deux ont coupé gravement la route du Rozier à Meyrueis. Plusieurs points y apparaissent déjà menaçants.

De même dans les gorges du Tarn (Lozère), la chute d'une falaise de dolomie écrasa le hameau des Baumes vers 1875; et celui de Pougnadoires aura le même sort.

A Amalfi, le 2 décembre 1899, les travaux du port, attaquant trop profondément la base d'une falaise calcaire soumise aussi au régime des infiltrations, ont fait tomber le surplomb de la grotte des Capucins et emporté, avec deux victimes, l'extrémité de l'hôtel de ce nom. En janvier 1908, on parlait de faire sauter la grotte de lord Byron à Porto-Venere (près Caspezin), parce qu'elle menaçait de s'effondrer.

Il serait aisé de multiplier (surtout parmi les tunnels de chemins de fer) ces sortes d'exemples. Ceux-ci suffisent à démontrer que les ingénieurs et entrepreneurs ne doivent pas demander aux calcaires une cohésion et une stabilité dont ils sont manifestement dépourvus, à cause de leur fissuration et de leur régime hydrologique. Il est nécessaire d'imposer, parmi ces terrains, une très prudente limite aux hardiesses des travaux publics : c'est précisément dans les pays calcaires qu'on recherche le plus, à l'époque actuelle, la pénétration parmi les étroits défilés, aux flancs de murailles verticales, soit pour y édifier des barrages de retenue, etc., soit pour y faire admirer des scènes splendides. Il ne faut pas perdre de vue que ces roches pseudo-compactes sont des plus délicates à modifier dans leur assiette naturelle, à cause de leur fissuration souvent extrême et à cause des courants, poches et colonnes d'eau qu'elles contiennent aux points les plus imprévus ; le moindre dérangement artificiel extérieur peut fournir à ces eaux, souvent captives sous pression, de subits échappements, aboutissant à de véritables explosions hydrauliques et à de terribles accidents.

GÉOLOGIE. — *Sur la découverte du Carbonifère et de l'Éocène aux monts Guiona et Vardoussa, à l'ouest du Parnasse.* Note de M. **Ph. Négris**, présentée par M. H. Douvillé.

Le mont Guiona, à l'ouest du Parnasse, a été considéré comme exclusivement formé de calcaire à Rudistes. Cette opinion doit être modifiée en ce qui concerne le prolongement sud de ce massif. On observe, en effet, soit au village de Penteoria, soit sur le sentier de Galaxidi à Vidavi, à mi-chemin de ce dernier village, des calcaires gris à *Neomegalodon*. Le calcaire de ce dernier gisement renferme aussi de nombreux coraux, semblables aux coraux triasiques du Parnasse et de l'Acrocorinthe. Nous sommes donc ici en présence du Trias tout à fait supérieur, c'est-à-dire du calcaire du Dachstein. Ce calcaire repose sur une formation de jaspes et schistes rouges avec bancs calcaires bréchoïdes. Cependant la formation rouge disparaît

souvent et le calcaire gris repose alors sur des grès. Nous sommes donc en présence d'une érosion antérieure au dépôt du calcaire à *Megalodon*.

A l'ouest de Vidavi, avant Kisseli, se présentent encore sous le calcaire gris les jaspes rouges, avec bancs calcaires épais et brèches calcaires à ciment rouge, telles qu'en présente partout, en Grèce, le Trias inférieur. Enfin au delà on retombe sur les grès. Dans la brèche à ciment rouge j'ai découvert une *Schwagerina* unique : elle semble donc se trouver dans la brèche par remaniement des couches auxquelles elle appartenait. Cependant les fragments de la brèche étant à angles vifs, ils ne peuvent provenir que d'un gisement voisin. Comme d'ailleurs le soubassement général est la formation des grès, force est d'admettre que cette formation est contemporaine ou plus ancienne que la *Schwagerina*. Elle présente, d'autre part, le conglomérat quartzeux caractéristique du Carbonifère du Parnès dans l'Attique. On ne saurait donc échapper à la conclusion que l'on est en présence ici du Carbonifère. Le même soubassement se présentant au Parnasse à l'Est, au-dessous de la crête occidentale de Vardoussa à l'Ouest et au delà, aux monts Voïdias, Chelmos et Ziria au Sud, dans le Péloponèse, il en résulte que le Carbonifère prend une énorme importance dans la Grèce centrale. Il serait séparé du Trias par une lacune ou un démantèlement.

Si maintenant de Kisseli on se dirige au Nord, vers Plessia, on observe de bas en haut : 1° grès (carbonifères) ; 2° jaspes bariolés, rouges, verts, noirs avec calcaires en plaquettes ; 3° calcaire gris oolithique, caractéristique du Trias, en Grèce ; 4° flysch éocène qui s'étend jusqu'à Plessia et au delà, au-dessus des formations précédentes démantelées. Ce flysch à Plessia présente des bancs de brèche calcaire grise avec *Orbitoïdes papyracea*, d'autres Foraminifères et des Rudistes ; cette brèche tient aussi des débris de la formation triasique (coraux, oolithes). Ailleurs, sur les grès inférieurs apparaît un calcaire gris encore et bréchoïde, avec *Ellipsactinia* et Rudistes, comme au mont Koutsouros (voir Const. A. Ktenas et Ph. Négris, *Comptes rendus*, 14 mars 1910), ou avec Rudistes seulement, comme de part et d'autre de la route Lidoriki-Vitrinitsa, avant le col le plus élevé. Au nord de Vidavi les choses se passent un peu différemment : sur le calcaire triasique, plongeant au Nord, repose un calcaire gris bréchoïde, formé des éléments du premier si bien resoudés, qu'on ne saurait distinguer l'un des calcaires de l'autre, sans la présence de fragments de Rudistes dans le second ; la confusion est telle qu'on ne peut discerner le contact. Sur ce calcaire du Crétacé probablement ancien, repose une

formation rouge en dessous, verte au-dessus, formée de jaspes, schistes et calcaires, qui se confond au-dessus avec le flysch vert, sans qu'on puisse reconnaître la lacune ou discordance que nous allons retrouver à Steno, à la limite sud des Vardoussa. Ici, au-dessus de la gorge de Steno, où passe le Mornos, se dresse la masse puissante de la crête Est des Vardoussa, effondrée en marches d'escalier vers le Sud. A Steno même, sur la rive droite du Mornos, on observe sur le grès inférieur des bancs épais de brèches calcaires, rouges vers le bas, grises au-dessus, à fragments nombreux de Rudistes. Ces brèches vers le bas paraissent exclusivement crétacées; vers le haut, elles contiennent des fragments de Nummulites (*N. lœvigatus?*) et autres Foraminifères.

D'autre part, en avançant au Nord vers la source de Velouchovo, on observe reposant sur les brèches calcaires supérieures, le flysch de Plessia, transgressif sur les brèches et le grès inférieur. Enfin sur le chemin de Lidoriki à Amphissa, à environ 1 heure de Lidoriki, en plein massif de Guiona, dans une dépression, on retrouve la brèche crétacée, avec nombreux Rudistes roulés, reposant sur le grès inférieur, par l'intermédiaire d'un conglomérat à galets de grès, comme on en observe souvent sur le grès inférieur, ici comme au Voïdias. Ainsi donc, partout nous constatons un grand démantèlement des couches triasiques : sur ce soubassement démantelé, apparaît la grande transgression kimméridienne-crétacée, qui aurait continué jusqu'aux débuts de l'Éocène : les plissements éocènes mettent fin à cette transgression, puis reprend la transgression éocène avec dépôt de flysch, qui recouvre à son tour les formations antérieures, de nouveau démantelées, si bien que le flysch repose tantôt sur le Crétacé éocène de Steno, tantôt sur le Trias, tantôt sur le Carbonifère.

Nous sommes maintenant en mesure d'élucider la géologie des monts Vardoussa. Le flysch d'Ætolie de Philippson, à l'ouest des Vardoussa, doit être dédoublé, comme nous l'avons fait au mont Voïdias (*Comptes rendus*, 13 février 1911), en un grès inférieur carbonifère, avec bancs de conglomérat quartzeux caractéristique, et une formation de flysch éocène. Le soubassement des deux crêtes des Vardoussa est formé par le grès inférieur carbonifère.

Sur ce soubassement repose le Trias démantelé, représenté par le Calcaire triasique de la cime des Vardoussa, découvert par M. C. Renz, et la formation crétacée aussi démantelée, que nous avons reconnue à Steno. Cette dernière est représentée aux divers sommets par une série formée de jaspes rouges dominant vers le bas et de calcaires en plaquettes avec bancs bré-

choïdes à Rudistes : sur la crête orientale la série descend jusqu'au Kimméridien avec *Ellipsactinia*. Cette série lors des plissements éocènes fut échancrée suivant une direction N-NE normale à la direction des plis et démantelée; dans l'échancrure, la transgression éocène déposa le flysch, et au-dessus des formations plus jeunes, formées de calcaires en plaquettes, brèches et jaspes blancs, noirs et bariolés, tels qu'en présente l'Éocène au mont Voïdias (*Comptes rendus*, 13 février 1911). Ces formations subsistent contre la crête Est, tandis qu'elles ont disparu sur la crête Ouest, si bien que le flysch *recouvre* les formations calcaires crétacées de l'Ouest, tandis qu'il *est recouvert* par les formations éocènes de l'Est, comme l'avait bien reconnu Neumayr, sans avoir pu faire la distinction des deux formations calcaires.

M. **Cyro de Andrade Martins Costa** adresse une Note sur un *Pyromètre acoustique*.

La séance est levée à 3 heures trois quarts.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 25 septembre 1911.

L'Académie des Sciences de l'Institut de France à l'Académie royale des Sciences de Turin en commémoration du centenaire d'Amédéo Avogadro. Paris, 1911; 1 fasc. in-f°.

Université de Paris. Fondation R. Bischoffsheim. *Annales de l'Observatoire de Nice*, publiées sous la direction de M. le Général Bassot, Membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, Directeur de l'Observatoire; t. XIV. Paris, Gauthier-Villars, 1911; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. le Général Bassot.)

Catalogue de l'Observatoire de Nice. (Extr. des *Annales de l'Observatoire de Nice*, t. XIV.) Paris, Gauthier-Villars, 1911; 1 vol. in-4°.

Traité d'Énergétique ou Thermodynamique générale, par Pierre Duhem, Correspondant de l'Institut de France. Tome II : *Dynamique générale. Conductibilité de la chaleur. Stabilité de l'équilibre.* Paris, Gauthier-Villars, 1911; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Darboux. Hommage de l'auteur.)

Flore générale de l'Indo-Chine, publiée sous la direction de M. H. Lecomte; t. I, fasc. 7. Paris, Masson et Cie, mars 1911; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Mangin.)

Étude des éléments définis d'une manière arbitraire comme subissant des transformations induites par la transformation linéaire des variables, par Jacques Deruyts. Bruxelles, Hayez, 1911; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Sur les transformations linéaires induites à paramètres rationnels, par Jacques Deruyts. Bruxelles, Hayez, 1911; 1 fasc. in-8°.

Mission arctique, commandée par M. Charles Bernard. *Stations scientifiques, Cartographie, Météorologie*, par Charles Bernard, chef de l'Expédition; fasc. 6. Bordeaux, 1911; 1 fasc. in-8°.

Mémoire sur les probabilités de la formation du Monde et sur la nature de l'électricité et sa provenance, par M. Augustin Meuris. Bruxelles, E. Daem, 1911; 1 fasc. in-8°.